

# Monografia de Graduação

# Estudo do Refino de Malha em um Modelo Computacional de Bomba de Cavidade **Progressivas**

Luiz Guilherme Vieira Meira de Souza

Natal, novembro de 2011

UFRN - CT - NUPEG - Campus Universitário - CEP: 59070-970 - Natal-RN - Brasil Fone-Fax: (84)32153773 - www.nupeg.ufrn.br - prhanp14@nupeg.ufrn.br



#### UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO CENTRO DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNCIA

## Estudo do Refino de Malha em um Modelo Computacional de Bomba de Cavidades Progressivas

Luiz Guilherme Vieira Meira de Souza

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Universidade Federal do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Área de Concentração:

Mecânica Computacional

Prof. Dr. João Alves de Lima Orientador

Natal – RN 23 de Novembro de 2011

### **RESUMO**

O uso de bombas de cavidades progressivas (BCP) para elevação artificial de petróleo em poços de baixa a média profundidade está se tornando mais comum na indústria do petróleo devido, dentre outras características, à sua habilidade de bombear óleos pesados, produzir óleo com grandes concentrações de partículas sólidas, e tolerar grandes frações de gás livre.

Além disso, esse sistema apresenta alta eficiência, quando comparado a outros sistemas de elevação artificial, mas apesar de ser bastante utilizado na elevação de óleo, poucas investigações acerca do seu comportamento hidrodinâmico podem ser encontradas na literatura.

Foi recentemente desenvolvido no Laboratório de Mecânica Computacional (LMC-UFRN) um modelo computacional capaz de estudar o comportamento operacional de uma BCP analisando seu escoamento 3-D transiente através o método dos volumes finitos baseado em elementos, incluindo o movimento relativo entre o rotor e o estator. O modelo desenvolvido é capaz de predizer com exatidão parâmetros operacionais, como eficiência volumétrica e perdas viscosas, assim como fornecer informações detalhadas dos campos de pressão e velocidade no interior da bomba.

Entretanto, observa-se que a fidelidade dos resultados retornados pelo modelo tridimensional em relação aos dados obtidos experimentalmente, além de ser sensível ao tamanho da malha computacional, também apresenta forte sensibilidade à razão de aspecto dos elementos da malha gerada, de maneira que um controle dos parâmetros de malha e um estudo do refino da mesma, baseado nestes parâmetros, se fazem necessários para se reduzir os erros de discretização.

Palavras-chaves:Bomba de Cavidades Progressivas (BCP), Modelo Computacional,<br/>Fidelidade dos resultados, Controle dos Parâmetros da Malha, Refino da<br/>Malha.

## ABSTRACT

The use of Progressive Cavity Pumps (PCP) for artificial lift in low to medium depth oil wells is becoming more common in the oil industry because, among other features, of its ability to pump heavy oil, produce oil with high solid particles concentrations, and tolerate large fractions of free gas.

This system also shows high efficiency compared to other artificial lift systems. Although this system is widely used for oil lift, few investigations on its hydrodynamic behavior can be found in the literature.

At LMC/UFRN it was recently developed a computer model able to study the operational performance of a BCP, analyzing its 3-D transient flow through the finite volume method based on elements, including the relative movement between rotor and stator. This model is able to accurately predict operating parameters such as volumetric efficiency and viscous losses, as well as providing detailed information of pressure and velocity fields inside the pump.

However, it is observed that the fidelity of the results returned by the three-dimensional model compared to experimentally obtained data, is sensitive to the size of the computational mesh and also has a strong sensitivity to the aspect ratio of the generated mesh elements, so that a mesh parameter control and a mesh refinement study based on these parameters is necessary to reduce discretization errors.

Keywords:Progressing Cavity Pumps (PCPs), Computational Model, Fidelity of the<br/>Results, Mesh Parameter Control, Mesh Refinement.

# SUMÁRIO

| LISTA DE FIGURAS   | iv   |
|--|------|
| LISTA DE TABELAS   | vii  |
| LISTA DE SÍMBOLOS  | viii |
| CAPÍTULO 1: Introdução   | 1    |
| 1.1. Histórico   | 2    |
| <b>1.2.</b> Motivação  | 3    |
| 1.3. Objetivos   | 4    |
| <b>1.4.</b> Estrutura do texto                                       | 5    |
| CAPÍTULO 2: Revisão Bibliográfica                                    | 6    |
| 2.1. Elevação artificial por bombeio de cavidades progressivas (BCP) | 7    |
| 2.1.1. Componentes da BCP  | 8    |
| 2.1.2. Parâmetros geométricos da BCP                                 | 9    |
| 2.2. Malha do modelo computacional de uma BCP                        | 11   |
| 2.3. Geração da malha computacional                                  | 12   |
| 2.4. Implementação do Movimento da Malha                             | 13   |
| 2.5. Refino da malha do modelo computacional de uma BCP              | 17   |
| CAPÍTULO 3: Metodologia de Geração da Malha                          | 22   |
| <b>3.1.</b> Proposta   | 23   |
| <b>3.2.</b> Estudo da malha anteriormente utilizada                  | 23   |
| <b>3.3.</b> Procedimento adotado                                     | 24   |
| CAPÍTULO 4: Resultados e Discussões                                  | 27   |
| 4.1. Caso menos crítico  |      |
| 4.2. Caso mais crítico   | 31   |
| 4.3. Caso intermediário  | 36   |

| CAPÍTULO 5: Conclusões e Sugestões     | 39 |
|--|----|
| 5.1. Conclusões                        | 40 |
| 5.2. Sugestões                         | 41 |
|  |    |
| CAPÍTULO 6: Referências Bibliográficas | 42 |

## LISTA DE FIGURAS

| Figura 1.1: Modelo Computacional desenvolvido   |
|---|
| Figura 2.1: Sistema de elevação por bomba de cavidades progressivas   |
| Figura 2.2: Rotor e estator de uma BCP  |
| Figura 2.3: Relação de passos de uma Bomba de Cavidades Progressivas  |
| Figura 2.4: Parâmetros geométricos de uma BCP de um lóbulo (seção transversal)  |
| Figura 2.5: Cavidades de uma BCP e suas linhas de selo  |
| Figura 2.6: Domínio fluido em uma BCP operando com folga e em outra operando com interferência entre o rotor e o estator  |
| Figura 2.7: Representação das linhas de base para o traçado da malha da região fluida gerada através da topologia proposta (Coringa 2011)   |
| Figura 2.8: Representação das linhas de base para o traçado da malha da região fluida gerada através da melhor topologia desenvolvida por Almeida (2010)  |
| Figura 2.9: Malha inicial, totalmente tetraédrica, de uma seção transversal de uma BCP 12   |
| Figura 2.10: Malha inicial, mista, de uma seção transversal de uma BCP 12   |
| Figura 2.11: Geometria 3D da BCP com contato perfeito rotor - estator (folga nula) 13   |
| Figura 2.12: Ilustração da distorção da malha numérica da região fluida de uma BCP com folga via metodologia de "displacement diffusion/mesh stiffness" nos instantes: $t = 0$ s e $t = 2$ s 14 |

| Figura 2.13: Ilustração da minimização das distorções angulares sofridas pela malha na face $Z = 0$ , além da preservação de sua ortogonalidade, segundo topologia atual   |
|--|
| Figura 2.14: Tela de execução do programa/subrotina para determinação das malhas da BCP 16   |
| Figura 2.15: Elemento de malha com a indicação dos eixos de coordenadas17  |
| Figura 2.16: Uma das faces Z da malha contendo as linhas radiais e axiais  |
| Figura 2.17: Medida da razão de aspecto da malha levando em conta as áreas mínimas e máximas das faces dos elementos da malha  |
| Figura 2.18: Validação numérica e comparação dos resultados dos trabalhos de Pessoa (2009) e Almeida (2010) e Gamboa <i>et al.</i> (2002) para vazão volumétrica versus gradiente de pressão para escoamento de óleo de baixa viscosidade (42x10-3 Pa.s) |
| Figura 2.19: Validação e convergência, em função do número de nós da malha, da vazão volumétrica para escoamento de óleo 42 cP   |
| Figura 2.20: Validação e convergência, em função do número de nós da malha, da vazão volumétrica para escoamento de água, sem controle da razão de aspecto dos elementos   |
| Figura 3.1: Fatores de qualidade da malha para os parâmetros de refino previamente utilizados 23   |
| Figura 4.1: Gráfico do comportamento da vazão mássica ao longo dos 2100 passos de tempo da simulação para $DP = 0$ psi   |
| Figura 4.2: Gráfico que mostra a variação do número de Courant em função do aumento do número de pontos da malha para o caso $DP = 0$ psi  |
| Figura 4.3: Validação do modelo computacional e determinação da precisão de cada malha estudada, levando em conta uma rotação de 300 RPM, óleo de 42 cP e diferencial de pressão de 0 psi  |

| Figura 4.4: Gráfico do comportamento o | da vazão mássi | ica ao longo ( | dos 2100 passos | s de tempo da |
|--|----------------|----------------|-----------------|---------------|
| simulação para DP = 120 psi            |                |                |                 |               |

| Figura | 4.5: Gráfic | o que  | mostra    | a  | variação | do  | número | de | Courant | em | função | do | aumento | do  |
|--------|-------------|--------|-----------|----|----------|-----|--------|----|---------|----|--------|----|---------|-----|
| número | de pontos d | a malł | na para o | ca | aso DP = | 120 | psi    |    |         |    |        |    |         | .35 |

Figura 4.6: Validação do modelo computacional e determinação da precisão de cada malha obtida, levando em conta uma rotação de 300 RPM, óleo de 42 cP e diferencial de pressão de 120 psi ... 35

| Figura | 4.8: Gráfi  | co que  | mostra    | a  | variação | do   | número | de | Courant | em | função | do | aumento | do  |
|--------|-------------|---------|-----------|----|----------|------|--------|----|---------|----|--------|----|---------|-----|
| número | de pontos d | la malł | na para o | ca | aso DP = | 60 p | osi    |    |         |    |        |    |         | .37 |

Figura 4.9: Validação do modelo computacional e determinação da precisão de cada malha obtida, levando em conta uma rotação de 300 RPM, óleo de 42 cP e diferencial de pressão de 60 psi ..... 38

### LISTA DE TABELAS

| Tabela 2.1: Relação entre vazão volumétrica, número de nós e razão de aspecto das malhas, para |
|--|
| escoamento de água   |
| Tabela 3.1: Dados de entrada da Matriz de Refino para 0 psi. Os valores da última linha        |
| correspondem aos dados da malha antiga   |
| Tabela 4.1: Matriz de Refino para DP = 0 psi. Os valores da última linha correspondem aos      |
| valores encontrados com a malha antiga   |
| Tabela 4.2: Matriz de Refino prévia para DP = 120 psi. Os valores da última linha correspondem |
| aos valores encontrados com a malha antiga   |
| Tabela 4.3: Matriz de Refino alternativa para DP = 120 psi. Os valores da última linha         |
| correspondem aos valores encontrados com a malha antiga  |
| Tabela 4.4: Matriz de Refino final para DP = 120 psi. Os valores da última linha correspondem  |
| aos valores encontrados com a malha antiga   |
| Tabela 4.5: Matriz de Refino para DP = 60 psi. Os valores da última linha correspondem aos     |
| valores obtidos com a malha anteriormente utilizada  |

# LISTA DE SÍMBOLOS

#### Alfabeto Latino

| $d_R$                      | Menor Diâmetro do Rotor (Diâmetro da Seção do Rotor).                              |
|----------------------------|--|
| $d_{HR}$                   | Maior Diâmetro do Rotor (Diâmetro da Hélice do Rotor).                             |
| $d_S$                      | Menor Diâmetro do Estator.   |
| d <sub>SM</sub>            | Maior Diâmetro do Estator.   |
| $d_{ti}$                   | Diâmetro do Tubo do Estator.   |
| E                          | Excentricidade.  |
| MOD_E                      | Módulo de elasticidade do elastômero   |
| NPST                       | Número de Passos do Estator.   |
| NPTL                       | Número de Pontos ao longo de uma Linha "Circular" em uma Seção Transversal da BCP. |
| $\mathbf{NL}_{\mathbf{Z}}$ | Número de Linhas "Circulares" em uma Seção Transversal da BCP.                     |
| NFZ <sub>PST</sub>         | Número de Seções Transversais, ou Faces, por Passo da BCP.                         |
| NPT <sub>TOT</sub>         | Número Total de Pontos na BCP.   |
| N <sub>MESHT</sub>         | Número de Passos de Tempo por Rotação do Rotor                                     |
| P <sub>ST</sub>            | Passo do Estator   |
| <b>P</b> <sub>S</sub>      | Passo do Estator.  |
| R <sub>SR</sub>            | Raio da seção transversal do rotor.  |
| R <sub>ST</sub>            | Raio menor da seção transversal do estator.  |

| R <sub>TUB</sub>  | Raio do tubo da BCP  |
|-------------------|--|
| SCALE             | Parâmetro de densidade da malha para aproximar os nós à parede |
| t <sub>step</sub> | Passo de tempo   |
| W                 | Folga ou Interferência entre o Rotor e o Estator.              |
| $W_F$             | Tolerância geométrica para folga nula (Filme Líquido)          |
| W <sub>MIN</sub>  | Folga mínima   |
| W <sub>MAX</sub>  | Folga máxima   |

### Alfabeto Grego

| ΔΡ                        | Diferencial de Pressão Aplicado à Bomba. |
|---------------------------|--|
| γ                         | Posição angular da linha radial.         |
| $\boldsymbol{\theta}_{0}$ | Posição angular inicial do rotor na BCP  |

CAPÍTULO 1

# Introdução

### INTRODUÇÃO

Este capítulo introdutório apresenta um rápido histórico da evolução do Bombeio por Cavidades Progressivas, desde a concepção desse método de elevação artificial até os últimos avanços; as razões que motivaram o desenvolvimento deste trabalho e os objetivos a serem alcançados, tendo em vista a melhoria do estudo e compreensão desse sistema de bombeamento.

#### 1.1. Histórico

O bombeio por cavidades progressivas é um método de elevação artificial em que a transferência de energia ao fluido é feita através de uma bomba de deslocamento positivo onde "cavidades" preenchidas com fluido "avançam" ao longo da bomba (BCP).

O sistema de bomba de cavidades progressivas foi desenvolvido em 1920, pelo engenheiro francês René Moineau. Este sistema é composto por um rotor e um estator, o rotor sendo uma peça metálica de forma semelhante a um parafuso, com o centro da hélice deslocado do centro da seção, e o estator, que é formado por um tubo de aço revestido internamente por uma hélice dupla, podendo esta ser de aço ou de elastômero.

Em 1940 foram realizados os primeiros aperfeiçoamentos na bomba. O estator, que era revestido inicialmente de borracha natural, teve a mesma substituída por borracha sintética, também chamada de elastômero. Devido ao alto grau de deformação elástica da mesma, foi possibilitada a aplicação das BCPs em condições mais adversas de temperatura e pressão (Assmann, 2008), sendo assim utilizada como bomba para transferência em superfície. Na década de 50 deu-se início a sua aplicação em acionamento hidráulico de bombas para perfuração de poços (Carvalho, 1999).

Em 1951 a empresa alemã Netzsch adquiriu a patente de René Moineau, ganhando o direito de comercialização das bombas e assim proporcionando, posteriormente, o aumento considerável nas suas aplicações, sendo empregada tanto na exploração de petróleo "*on shore*" como "*off shore*" e também nas refinarias para o transporte de fluidos pesados.

Ao final da década de 70, após bons resultados obtidos com a BCP, como sistema de elevação em campos de petróleo, os fabricantes buscaram desenvolver avanços em termos de eficiência, elevação de óleo e da resistência do elastômero. Segundo Dunn *et al.* (1994), por volta do ano de 1994, o desenvolvimento do sistema de BCP conseguiu abranger o uso deste método a uma grande faixa de aplicações, tais como:

• Produção de óleo pesado e betume (< 18° API) com suspensão de areia acima de 50%;

• Produção de óleo médio  $(18^{\circ}-30^{\circ} \text{ API})$  com limitações no teor de sulfeto de hidrogênio  $(H_2S)$ ;

- Produção de óleo leve (> 30° API) com limitações de teor de aromático;
- Poços maduros com elevado BSW (saturação de água);
- Operações de recuperação secundária em poços maduros por injeção de vapor;
- Poços de captação de água.

#### 1.2. Motivação

O uso de bombas de cavidades progressivas (BCP) para elevação artificial de petróleo em poços de baixa a média profundidade está se tornando mais comum na indústria do petróleo devido, dentre outras características, à sua habilidade de bombear óleos pesados, produzir óleo com grandes concentrações de partículas sólidas, e tolerar grandes frações de gás livre.

Além disso, esse sistema apresenta alta eficiência, quando comparado a outros sistemas de elevação artificial.

No entanto, apesar de este sistema ser bastante utilizado na elevação de óleo, poucas investigações acerca do seu comportamento hidrodinâmico podem ser encontradas na literatura. Um maior entendimento desse comportamento é de grande importância e forneceria valiosas informações para projeto, operação e controle desse sistema.

Alguns autores propuseram modelos simplificados para caracterizar o escoamento no interior de BCPs como Moineau (1930), Vetter *et al.* (1993, 2000), Robello e Saveth (1998) e Andrade (2008) e estudos experimentais foram realizados por Gamboa *et al.* (2002). Pessoa (2009) e Almeida (2010) desenvolveram modelos computacionais que solucionam a equação de Navier-Stokes tridimensional transiente considerando o movimento relativo entre o rotor e o estator da BCP para descrever completamente o escoamento no interior de BCPs.

Estudos previamente realizados tornaram possível o desenvolvimento de um modelo computacional capaz de estudar o comportamento operacional da BCP analisando seu escoamento 3-D transiente através o método dos volumes finitos baseado em elementos, incluindo até o movimento relativo entre o rotor e o estator.



Figura 1.1. Modelo Computacional desenvolvido.

O modelo desenvolvido é capaz de predizer com exatidão parâmetros operacionais, como eficiência volumétrica e perdas viscosas, assim como fornecer informações detalhadas dos campos de pressão e velocidade no interior da bomba.

Entretanto, a fidelidade dos resultados retornados pelo modelo tridimensional em relação aos dados obtidos experimentalmente é sensível ao tamanho e formato da malha. Sob este panorama, estudos sobre a influência da malha nos resultados retornados pelo software de simulação são necessários, objetivando balancear esforço computacional e precisão.

Sabe-se que quanto mais refinada uma malha os resultados tendem a uma maior precisão, se aproximando do experimental, desde que seja utilizado um modelo que descreva os fenômenos envolvidos na problemática abordada. Porém, quanto maior este refino é mais esforço computacional e tempo são requeridos para que a máquina resolva o sistema linear de equações.

Também é necessário que se dê atenção aos parâmetros de interesse na malha, já que nem sempre é necessário realizar um refino por igual. Podem-se refinar os cantos ou ao longo de um ou mais eixos de coordenadas, em taxas diferentes, dependendo das variáveis de interesse para o estudo que se está realizando e em que direções elas se apresentam.

#### 1.3. Objetivos

De acordo com o exposto anteriormente, este trabalho se propõe a estudar o refino da malha gerada em subrotinas escritas em linguagem Fortran 90 atualmente utilizada em um modelo para cálculo de parâmetros operacionais de uma bomba de cavidades progressivas (BCP) e os parâmetros de qualidade da mesma.

Além disso, ao final do estudo espera-se que seja possível sugerir uma malha para cada situação levando em conta a qualidade da mesma, a precisão dos valores retornados pelo modelo computacional e o esforço computacional requerido para a simulação do caso. Isso será possível através da avaliação da influência de parâmetros como o número de Courant, razão máxima de aspecto, ângulo de ortogonalidade e número de nós da malha, no que diz respeito aos valores retornados nas simulações computacionais em comparação com dados experimentais.

#### 1.4. Estrutura do texto

O presente texto foi dividido em seis capítulos. No próximo capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica dos conceitos relativos ao Bombeio por Cavidades Progressivas e dos principais estudos relacionados ao escoamento de fluido nesse método de elevação. No Capítulo 3 são descritas a metodologia de como se procederá ao estudo do refino de malha. O Capítulo 4 traz as matrizes de refino correspondentes aos diferentes diferenciais de pressão impostos ao modelo, o estudo do refino e a validação dos resultados obtidos na simulação em relação a testes experimentais. O Capítulo 5 apresenta as conclusões e sugestões e, por fim, o Capítulo 6 apresenta as referências bibliográficas utilizadas para a elaboração deste trabalho.

# CAPÍTULO 2

# Revisão Bibliográfica

## **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Esse capítulo se inicia com a apresentação de um estudo realizado acerca do princípio de funcionamento do sistema de Bombeio por Cavidades Progressivas, das vantagens e desvantagens do seu uso, dos seus principais componentes e dos parâmetros geométricos característicos de uma BCP. O conhecimento desses parâmetros é fundamental para o método de construção de malhas desenvolvido neste trabalho.

Posteriormente, é apresentado um histórico da evolução do método de geração de malha, o método de implementação do movimento da mesma, como se dá o refino dentro da metodologia utilizada para geração das malhas e também mostra um estudo previamente realizado em torno do modelo apresentado.

#### 2.1. Elevação artificial por Bombeio de Cavidades Progressivas (BCP)

O sistema de elevação por BCP é composto de quatro componentes básicos. A Figura 2.1 apresenta-os.

• Um motor elétrico ou de combustão interna, que provê potência para a cabeça de acionamento;

• A cabeça de acionamento ou cabeçote, que reduz a rotação de aproximadamente 3000 RPM que vem do motor, para uma faixa de rotação entre 300 a 600 RPM, transmitindo torque à coluna de hastes;

• A coluna de hastes, que transfere o movimento rotacional à bomba de subsuperfície denominada de Bomba de Cavidades Progressivas (BCP);

• A BCP propriamente dita.



Figura 2.1. Sistema de elevação por bomba de cavidades progressivas.

#### 2.1.1. Componentes da BCP

A bomba de cavidades progressivas é composta de dois elementos. Um estator de tubo de aço revestido internamente por uma hélice dupla, podendo esta ser de aço ou de um elastômero e um rotor, que é metálico e tem a forma semelhante a um parafuso. A Figura 2.2 apresenta-os.



**Rotor** Figura 2.2. Rotor e estator de uma BCP.

O centro da hélice é deslocado do centro da seção do rotor, gerando o que se chama de excentricidade. O rotor possui um passo que é a metade do passo do estator, de maneira que ao ser inserido no interior do estator formam-se cavidades isoladas entre os dois componentes da bomba.

Na Figura 2.3 é mostrada a relação de passos entre o rotor e o estator. Quando o rotor é movimentado, o fluido é deslocado axialmente e essas cavidades ganham movimentos, promovendo a ação de bombeio do fluido.



Figura 2.3. Relação de passos de uma Bomba de Cavidades Progressivas.

#### 2.1.2. Parâmetros Geométricos da BCP

A Figura 2.4 apresenta a seção transversal de uma BCP de um único lóbulo com seus principais parâmetros geométricos. Os pontos *PE*, *PHR* e *PSR* representam os centros do estator, da hélice do rotor e da seção transversal do rotor, respectivamente. O círculo com linha traço e ponto, representa o deslocamento do centro da hélice do rotor (ponto *PHR*).



Rotação do Centro da Hélice do Rotor

Figura 2.4. Parâmetros geométricos de uma BCP de um lóbulo (seção transversal).

Os principais parâmetros geométricos que caracterizam uma Bomba de Cavidades Progressivas (BCP) são:

E - Excentricidade  $d_{R} - Menor Diâmetro do Rotor (Diâmetro da Seção do Rotor)$   $d_{HR} = d_{R} + E - Maior Diâmetro do Rotor (Diâmetro da Hélice do Rotor)$   $d_{S} - Menor Diâmetro do Estator$   $d_{SM} = 4E + d_{S} - Maior Diâmetro do Estator$   $d_{ti} - Diâmetro do Tubo do Estator (estator com elastômero de espessura variável)$ Observa-se que para BCPs com folga nula entre rotor e estator,  $d_{S} = d_{R}$ .

Quando o rotor está inserido no interior do estator, uma série de cavidades é formada e isolada uma das outras por linhas de selo, como mostrado na Figura 2.5. Devido ao movimento excêntrico do rotor dentro do estator, o fluido dentro das cavidades é deslocado axialmente da região de sucção (baixa pressão) à região de descarga (alta pressão).



Figura 2.5. Cavidades de uma BCP e suas linhas de selo.

A partir dos parâmetros previamente mostrados, a folga/interferência entre o estator e o rotor pode ser calculada pela Equação 1.

$$w = \frac{d_R - d_S}{2} \tag{1}$$

A BCP pode operar com interferência ou folga entre o rotor e o estator, dependendo se w é positivo ou negativo, onde para w positivo tem-se uma situação de interferência e para w negativo tem-se folga. Ambas as situações são mostradas na Figura 2.6.



Figura 2.6. Domínio fluido em uma BCP operando com folga e em outra operando com interferência entre o rotor e o estator.

Para o caso da BCP operando com interferência, um estator deformável de material elastomérico é requerido, de modo a permitir a deformação imposta pelo movimento do rotor. Neste caso, a selagem é completa por causa do contato do rotor com o elastômero e, quando não há deformação do estator devido ao campo de pressão, o escorregamento é nulo.

Escorregamento é a situação na qual o fluido é deslocado axialmente através da bomba no sentido inverso ao escoamento/bombeamento. Contudo, pode ser considerado que, numa operação regular, uma fina película de líquido esteja presente entre o rotor e o estator, mesmo que seja em um caso de interferência. Esta hipótese é importante em termos de modelagem numérica de escoamento, onde um único domínio conexo deve ser empregado.

#### 2.2. Malha do Modelo Computacional de uma BCP

O modelo computacional é composto por duas malhas distintas, a que caracteriza a região fluida (fluido a ser bombeado) e a região sólida (estator e rotor). As malhas computacionais dessas duas regiões são construídas separadamente, pois há diferenças entre as características das equações governantes que se deseja estudar em cada domínio.

A determinação das coordenadas dos pontos que representarão os nós da malha computacional segue o que se chama de topologia, que representa a maneira como o domínio fluido é dividido em várias partes.

A malha tridimensional, de elementos hexaédricos, representa o domínio fluido no interior da bomba e a sua descrição topológica é desenvolvida a partir de um sistema de coordenadas cilíndricas de tal maneira que, para uma dada seção transversal da bomba, as arestas angulares desses elementos são linhas radiais centradas no centro do rotor (e por isso móveis) e as arestas radiais são linhas equidistantes entre as paredes do estator e do rotor (e por isso também se modificam, de acordo com a posição do rotor). As arestas longitudinais são definidas pelas diversas fatias que seguem o eixo ao longo da bomba (a discretização que gera as faces longitudinais).

Na topologia utilizada neste trabalho, desenvolvida por Coringa (2011), os pontos sobre a aresta do rotor são sempre os mesmos em relação ao rotor, embora sejam móveis devido ao movimento do rotor, enquanto os pontos sobre a aresta do estator são móveis, acompanhando o movimento das linhas radiais sobre o rotor. As Figuras 2.7 (a) e (b) ilustram as linhas de base dessa topologia para as duas posições limites do rotor.



(a) Linhas no instante inicial



(b) Linhas no instante de máximo deslocamento

Figura 2.7. Representação das linhas de base para o traçado da malha da região fluida gerada através da topologia proposta.

As figuras 2.8 (a) e (b) representam as linhas de base da melhor topologia desenvolvida por Almeida (2010) nas mesmas duas posições, mostrada para efeito de comparação. Nesta topologia as linhas radiais estão centradas somente no estator.



(a) Linhas no instante inicial

(b) Linhas no instante de máximo deslocamento

Figura 2.8. Representação das linhas de base para o traçado da malha da região fluida gerada através da melhor topologia desenvolvida por Almeida (2010).

Justifica-se a adoção da nova topologia para este trabalho, pois se comparando as duas figuras percebe-se que, que as distorções tanto angulares como lineares são fortemente reduzidas, apenas as razões de aspectos geométricas são afetadas, mas dentro dos limites geométricos.

#### 2.3. Geração da Malha

Até chegar à metodologia atualmente utilizada para geração destas malhas, esse processo de geração se deu por diferentes processos. Inicialmente a geração dessas malhas se dava através do uso de softwares de CAD para criar a geometria da bomba e geradores de malha. Foram construídas diferentes malhas computacionais, começando por domínios 2D (Figuras 2.9 e 2.10), consistindo de apenas uma seção da bomba, e ir adicionando complexidade de forma gradativa, até o desenvolvimento da primeira geometria 3D, mostrada na Figura 2.11.



Figura 2.9. Malha inicial, totalmente tetraédrica, de uma seção transversal de uma BCP.



Figura 2.10. Malha inicial, mista, de uma seção transversal de uma BCP.



Figura 2.11. Geometria 3D da BCP com contato perfeito rotor - estator (folga nula).

Entretanto, o procedimento esbarrou em uma das principais dificuldades na simulação do escoamento em bombas e compressores de deslocamento positivo: a necessidade de especificar o movimento da malha computacional. Além da complexidade geométrica e cinemática do movimento relativo entre rotor e estator deste tipo de bombas, surge a questão da distorção dos elementos da malha computacional.

Esta distorção dos elementos, tanto angular quanto linear, altera certos fatores relacionados à qualidade da malha. Quando estes apresentam valores diferentes do recomendado ocorrem tanto erros de discretização, quanto de arredondamento, que ocorre durante a solução do sistema de equações lineares.

Inicialmente, pela facilidade que os "*softwares*" de CAD disponíveis apresentaram para a representação de modelos sólidos, as geometrias das BCPs analisadas para as diferentes situações de interferência e folga foram construídas no SolidEdge 18 da UGS. No entanto com a tentativa de implementação do movimento do rotor, e principalmente, do movimento da malha, verificou-se a pouca integração de parâmetros entre tal "*software*" e o Ansys/CFX. Assim, partiu-se para um estudo de implementação do movimento da malha junto aos softwares de CFD.

#### 2.4. Implementação do Movimento da Malha

O movimento da malha numérica que representa a região fluida em uma BCP com folga entre o rotor e o estator (BCP metálica) foi totalmente descrito e implementado no software CFX. No entanto, havia diferentes possibilidades que poderiam ser empregadas para implementar este movimento junto ao CFX.

A primeira delas seria a descrição do deslocamento do rotor via CEL (CFX Expressions Language). O deslocamento do contorno rotor é avaliado conforme expressões analíticas previamente desenvolvidas e implementado via CEL diretamente no CFX.

Os deslocamentos dos pontos internos da malha são avaliados interna e automaticamente pelo CFX. Porém este procedimento introduziu uma dificuldade adicional que consistiu em uma adequação de um parâmetro de rigidez ("displacement diffusion/mesh stiffness") que governa o cálculo dos deslocamentos dos outros nós da malha.

Conforme ilustrado na Figura 2.12, o uso desse parâmetro se mostrou inadequado, uma vez que ele introduz uma rigidez residual na malha, distorcendo os elementos hexaédricos a cada passo de tempo (produzindo elementos com volumes negativos inaceitáveis), fazendo com que apenas alguns períodos do movimento pudessem ser simulados sem ocorrência de problemas numéricos como divergência.



Figura 2.12. Ilustração da distorção da malha numérica da região fluida de uma BCP com folga via metodologia de "displacement diffusion/mesh stiffness" nos instantes: t = 0 s e t = 2 s.

A segunda possibilidade seria o uso de uma "Junction Box" para leitura de malhas geradas pelo ICEM Hexa. Utilizando esta metodologia, o deslocamento do contorno rotor, bem como o movimento dos pontos internos da malha, é explicitamente especificado através da leitura, via "Junction Box", da malha numérica em cada instante de tempo ou passo de tempo. As malhas em cada instante de tempo deveriam ser anteriormente geradas pelo módulo Hexa do ICEM/CFD.

Essa alternativa se mostrou mais adequada à descrição do movimento do que a anterior, pois não introduzia distorções nos elementos hexaédricos da malha. No entanto, como devia ser lido um determinado número de arquivos de malhas computacionais distribuídas em um período de movimento da BCP (uma volta completa do rotor no interior do estator), os quais deviam ser gerados externamente no módulo Hexa do ICEM/CFD, tal possibilidade se mostrou onerosa, pois o passo de tempo empregado nas simulações era restrito ao número n de arquivos de malhas.

Desse modo, caso se necessitasse de um refino na malha temporal (isto é, de um novo passo de tempo), o procedimento de geração das malhas no ICEM deveria ser repetido para cada instante de tempo. Portanto, uma otimização do processo de geração da malha se fazia necessário e fundamental, e se partiu para uma terceira alternativa que seria a geração de malha via subrotina em Fortran e "Junction Box" para execução.

Nesse novo método, o deslocamento do contorno rotor, bem como o movimento dos pontos internos da malha representando a região fluida, é explicitamente especificado através do cálculo em uma subrotina especificamente elaborada para este fim. Uma "Junction Box", implementada no CFX chama essa subrotina, em qualquer instante de tempo, para obtenção dinâmica das coordenadas dos pontos da malha.

A subrotina, elaborada em Fortran 90 além das coordenadas dos pontos da malha hexaédrica, também gera a conectividade entre todos os elementos da malha computacional. Tal conectividade é uma exigência do CFX para representação e verificação de consistência entre malhas subseqüentes. As principais vantagens oferecidas por essa alternativa são listadas a seguir.

• Eliminou-se a geração de modelos sólidos e, por conseguinte, a utilização de softwares de CAD para se representar a geometria da BCP, pois a mesma é agora representada pelos elementos superficiais e volumétricos da malha.

• Também se eliminou a necessidade de gerar anteriormente as malhas para cada passo de tempo ou a cada vez que se modifique um parâmetro geométrico (diferentes BCPs ou condições de folga). A geração dessas malhas era um processo oneroso e complexo.

Essa alternativa ou metodologia de implementação computacional (geração automática de malhas, via subrotina Fortran, e posterior chamada da mesma em tempo de execução, via "Junction Box") se traduziu em uma otimização do processo de simulação computacional de uma bomba de cavidades progressivas, pois com apenas os parâmetros geométricos e operacionais da bomba, a simulação da dinâmica do escoamento é inteiramente realizada no CFX/ANSYS. A Figura 2.13 mostra a minimização das distorções na malha com a utilização dessa nova metodologia de geração.



Figura 2.13. Ilustração da minimização das distorções angulares sofridas pela malha na face Z = 0, além da preservação de sua ortogonalidade, segundo topologia atual.

Por este método a malha deste modelo computacional de BCP é gerada em função de características geométricas da bomba e parâmetros numéricos impostos. Estes dados são passados

manualmente a um arquivo ".*DAT*" chamado "*INDATA*" que será lido tanto no processo de geração da malha inicial quanto para gerar as malhas correspondentes aos passos de tempo subseqüentes.

As características geométricas da bomba são:

- E: Excentricidade da Bomba
- RSR: Raio do Rotor (Seção Transversal)
- RST: Raio do Estator (Menor)
- RTUB: Raio do Tubo da BCP
- PST: Passo do Estator
- NPST: Número de Passos do Estator na BCP

Os parâmetros numéricos da malha computacional são:

- NP<sub>L</sub>: Número de pontos em cada linha de uma face z
- NL<sub>Z</sub>: Número de linhas em cada face z
- NFZ<sub>PST</sub>: Número de faces ao longo de z por passo de estator
- TETA0: Posição angular inicial do rotor na BCP
- W<sub>F</sub>: Tolerância geométrica para folga nula (Filme Líquido)
- W<sub>MIN</sub>: Folga mínima
- W<sub>MAX</sub>: Folga máxima
- MOD\_E: Modulo de Elasticidade do Elastômero
- SCALE: Parâmetro de densidade da malha para aproximar os nós à parede

Após este passo, chama-se o programa/subrotina "*BCP\_MESH*" para a determinação da malha inicial da BCP. Pode-se ver o mesmo em execução na Figura 2.14.

| C:V | C:\BCP\RUNS\BC | P_I | MESH_DOUBLE.EXE |                               | - 🗆 | ×  |
|-----|----------------|-----|-----------------|-------------------------------|-----|----|
|     | Time           | =   | 0.0000          | [s] <                         |     |    |
|     | NMesh          | =   | 420             |                               |     |    |
|     | TUolta         | =   | ด.3000          | [8]                           |     |    |
|     | TStep          | =   | 0.0007          | [s]                           |     |    |
|     | NRot           | =   | 200.0000        | [rpm]                         |     |    |
|     | Omega          | =   | 20.9440         | [rad/s]                       |     |    |
|     | NPontosTotais  | =   | 662200          |                               |     |    |
|     | NElemntos BCP  | =   | 600000          |                               |     |    |
|     | NElem. Casca   | =   | 60000           |                               |     |    |
|     | NElem. FaceZ.  | =   | - 2000          |                               |     |    |
|     | NPontos/FaceZ  | =   | 2200            |                               |     |    |
|     | NPontos/Linha  | =   | 200             |                               |     |    |
|     | NFacesZ/PST    | =   | 101             |                               |     |    |
|     | NFacesZ TOT    | =   | 301             |                               |     |    |
|     | Delta Gama     | =   | 1.8000          | [graus]                       |     |    |
|     | Alf            | =   | 68.3096         | [graus]                       |     |    |
|     | Bet            | =   | 21.6904         | [graus]                       |     |    |
|     | Razao Angular  | =   | 3               |                               |     |    |
|     | NPontos Čirc   | =   | 134             |                               |     |    |
|     | NPontos Reta   | =   | 66              |                               |     |    |
|     | ******         | G   | ERANDO MALHAS - | - DEM/IIFBN <del>******</del> |     |    |
|     |                |     |                 |                               |     | -  |
| 4   |                |     |                 |                               | Þ   | 11 |

Figura 2. 14. Tela de execução do programa/subrotina para determinação das malhas da BCP.

Para o caso mostrado na Figura 2.14, NPST = 3, NP<sub>L</sub> = 200, NL<sub>Z</sub> = 11 e NFZ<sub>PST</sub> = 101. A Equação 2 e Equação 3 utilizadas para os cálculos do número de pontos total da malha e do número de elementos total da malha são mostradas a seguir:

$$NPT_{TOT} = (NL_Z \times NPT_L) \times [NPST \times NFZ_{PST} - (NPST - 1)]$$
<sup>(2)</sup>

$$NEL = NPST \times [(NL_Z - 1) \times NP_L \times (NFZ_{PST} - 1)]$$
(3)

#### 2.5. Refino da Malha do Modelo Computacional de uma BCP

Na seção passada foi visto o método atual de geração de malha e os parâmetros geométricos e numéricos envolvidos para a realização deste processo. Para a questão do estudo de refino de malha, os fatores que foram levados em conta foram: NP<sub>L</sub>, NL<sub>Z</sub> e NFZ<sub>PST</sub>. Estes são, respectivamente, os parâmetros de refino nas direções angular ( $\gamma$ ), radial ( $\theta$ ) e axial (Z). A Figura 2.15 mostra um elemento da malha e a indicação dessas coordenadas e a Figura 2.16 mostra uma face Z da malha computacional contendo as linhas radiais e axiais.



Figura 2.15. Elemento de malha com a indicação dos eixos de coordenadas.



Figura 2.16. Uma das faces Z da malha contendo as linhas radiais e axiais.

Entretanto, a escolha dos valores destes parâmetros não pode se dar aleatoriamente. Cada combinação de valores leva a fatores de qualidade diferentes para a malha computacional resultante. Estes fatores devem ser mantidos dentro de determinadas faixas de valores. Entre estes fatores, os principais a serem considerados são a razão de aspecto e o ângulo de ortogonalidade dos elementos da malha.

O conceito de razão de aspecto da malha é relacionado ao grau com que os elementos da malha se deformam. A razão de aspecto envolve a razão entre máxima e mínima área das superfícies de todos os elementos. Um esquema dessa medida pode ser visualizado na Figura 2.17.



Figura 2.17. Medida da razão de aspecto da malha levando em conta as áreas mínimas e máximas das faces dos elementos da malha.

O desejável é que esta razão seja tão menor quanto for possível. Isto mostra a necessidade de um controle sobre este parâmetro. Usualmente se sugere que o valor máximo da razão de aspecto seja inferior a 100, para evitar problemas de mau-condicionamento da matriz de coeficientes do sistema linear resultante da discretização das equações governantes do fenômeno. No limite de uma razão máxima muito elevada o *solver* geralmente diverge ou apresenta erros de execução. Desse modo, ressalta-se a necessidade de um controle rígido sobre este fator.

O conceito de ortogonalidade da malha está relacionado com o quão os ângulos entre faces de elementos ou entre arestas de elementos adjacentes estão próximo de um ângulo ótimo (90° para elementos com faces quadrilaterais e 60° para elementos com faces triangulares).

O mínimo ângulo de ortogonalidade dos elementos, que é o pior ângulo de ortogonalidade da malha, deve ter um valor superior a 10°. Valores fora dessa faixa irão aumentar tanto as fontes como a amplificação dos erros de discretização. Uma convergência pobre e divergência podem ser esperadas nessas condições.

Outro fator a ser analisado, e que depende do refino da malha é o número de Courant. Ele é um parâmetro adimensional que balanceia o passo de tempo utilizado na simulação e o tamanho da malha, determinando se estes passos foram escolhidos ou calculados corretamente. Este fator é de fundamental importância para fluxos transientes (como é o caso) e para uma malha unidimensional é definido pela Equação 4.

$$Courant = \frac{u \times \Delta t}{\Delta x} \tag{4}$$

Onde:

u = velocidade do fluido;

 $\Delta t$  = passo de tempo da simulação (calculado, neste caso, em função da rotação da bomba);  $\Delta x$  = espaçamento da malha (determinado pelos parâmetros geométricos da malha). O número de Courant calculado no solver é uma generalização multidimensional dessa expressão, onde a velocidade e escala de comprimento são baseadas na vazão mássica dentro do volume de controle e na dimensão do volume de controle. O passo de tempo deve ser escolhido de modo que o número de Courant seja suficientemente reduzido para resolver certos detalhes do escoamento em cálculos transientes.

Uma revisão bibliográfica em torno de trabalhos relacionados a este modelo computacional revelou que um breve estudo do refino de malhas geradas através desta metodologia já foi realizado. De modo a validar o modelo recém desenvolvido, os valores retornados pelo modelo foram comparados em termos de vazão volumétrica versus diferencial de pressão, para uma bomba usada nos trabalhos experimentais de Gamboa *et al.* (2002) e Gamboa *et al.* (2003) para escoamento monofásico.

Um dos gráficos obtidos é representado na Figura 2.18. Estes gráficos representam a vazão volumétrica em m<sup>3</sup>/dia em função do diferencial de pressão em kPa imposto a BCP para as quatro rotações adotadas e para diferentes fluidos utilizados.



Figura 2.18. Validação numérica e comparação dos resultados dos trabalhos de Pessoa (2009) e Almeida (2010) e Gamboa *et al.* (2002) para vazão volumétrica versus gradiente de pressão para escoamento de óleo de baixa viscosidade (42x10-3 Pa.s).

Foram testados tamanhos diferentes para as malhas, e foi observada uma forte sensibilidade nos resultados. Desse modo, escolheu-se um ponto no gráfico (rotação de 200 RPM e diferencial de pressão de 275,79 kPa) e se testou diferentes malhas, comparando o resultado computacional com o experimental mais uma vez. Entretanto de uma malha para outra só se modificou o número de nós sem se preocupar com a razão de aspecto máxima dos elementos da mesma ou com outros fatores. O comportamento de convergência para os testes com óleo 42 cP podem ser visualizados na Figura 2.19.



Figura 2.19. Validação e convergência, em função do número de nós da malha, da vazão volumétrica para escoamento de óleo 42 cP.

Os elementos que mais se distorcem no caso de malhas com fronteiras móveis são justamente os das fronteiras, mas como este procedimento foi realizado para um escoamento de óleo, no qual o escorregamento é mínimo, o controle da razão de aspecto máxima dos elementos não se mostrou tão necessário.

Entretanto o mesmo não se observa para a água, que tem uma viscosidade bastante inferior à do óleo ensaiado. Para este tipo de escoamento, as simulações numéricas mostraram-se mais sensíveis ao tamanho da malha do que as simulações de escoamento com óleo. O comportamento de convergência para os testes com água podem ser visualizados na Figura 2.20.



Figura 2.20. Validação e convergência, em função do número de nós da malha, da vazão volumétrica para escoamento de água, sem controle da razão de aspecto dos elementos.

| Número de nós | Razão de aspecto | Vazão volumétrica<br>(m <sup>3</sup> /dia) |
|---------------|------------------|--|
| 496.650       | 71,1             | 10,686                                     |
| 1.684.000     | 76,0             | 10,677                                     |
| 963.200       | 106,6            | 10,020                                     |
| 2.052.750     | 109,2            | 8,318                                      |
| 166.100       | 141,9            | 7,883                                      |
| 1.866.200     | 213,0            | 4,659                                      |
| 3.882.639     | 322,7            | 2,016                                      |

Tabela 2.1. Relação entre vazão volumétrica, número de nós e razão de aspecto das malhas, para escoamento de água.

Da Tabela 2.1, percebeu-se nitidamente a grande influência da razão de aspecto sobre o comportamento numérico do modelo computacional. Mesmo para uma malha com número de nós suficientemente elevado (3.882.639 nós), não se obteve a desejada convergência, nem se reproduz o resultado experimental (ao contrário, os piores resultados são obtidos com essa malha).

Por outro lado, viu-se que os resultados numéricos apresentaram convergência mesmo para malhas menos refinadas quando se utilizaram malhas com baixa razão de aspecto (496.650 nós).

Pode-se perceber que o estudo realizado comprovou a influência da razão de aspecto máxima nos resultados retornados pela simulação do modelo em questão. Entretanto o que foi feito não foi algo minucioso, que levasse em conta o controle dos fatores de qualidade da malha em associação com o número de nós em cada malha e o valor de cada parâmetro geométrico de malha.

# CAPÍTULO 3

# Metodologia de Geração da Malha

## METODOLOGIA DE GERAÇÃO DA MALHA

Este capítulo apresenta toda a metodologia utilizada para o estudo do refino de malha a ser realizado.

#### 3.1. Proposta

Propõe-se a realização de um estudo de refino de malha que contemple o controle dos fatores de qualidade de malhas em associação com o número de nós em cada malha e o valor de cada parâmetro geométrico de malha. Para tal, primeiramente deve-se observar os fatores de qualidade de malha anteriormente encontrados com os valores que eram utilizados para os parâmetros de refino.

#### 3.2. Estudo da malha anteriormente utilizada

Rodando um caso qualquer (0 psi e 300 rpm) observam-se os fatores de qualidade da malha resultantes da seguinte combinação de parâmetros de refino:  $NP_L = 200$ ,  $NL_Z = 11$  e  $NFZ_{PST} = 101$ na Figura 3.1.

| j                      |
|------------------------|
| Ţ                      |
| Ì                      |
| Ţ                      |
| Ţ                      |
| Ì                      |
| іо<br><br>ок<br><br>00 |

Figura 3.1: Fatores de qualidade da malha para os parâmetros de refino previamente utilizados.

Observa-se uma razão de aspecto máxima de 70 e um ângulo de ortogonalidade de 49.2 graus. Ambos estão de acordo com o recomendado, mas o intuito é checar se estes valores são os melhores que podem ser obtidos para se avaliar a necessidade de uma otimização.

#### 3.3. Procedimento adotado

Inicialmente procedeu-se de modo a reduzir a razão de aspecto máxima, visando uma melhor qualidade dos dados retornados pelo modelo. Isto foi possível utilizando um método de observação do formato dos volumes da malha.

O objetivo foi fazer com que suas arestas tivessem dimensões tão parecidas quanto fosse possível. Foram então rearranjados os parâmetros de refino da malha e passou-se a trabalhar com uma razão de aspecto máxima de 30 ao invés de 70, utilizando valores correspondentes à  $NP_L = 210$ ,  $NL_Z = 5$  e  $NFZ_{PST} = 95$ .

Um estudo em torno dos parâmetros de refino mostrou que dos três parâmetros, o número de linhas em Z é o mais significativo, pois na direção radial é onde ocorrem os gradientes mais críticos, localizados próximos às paredes tanto na entrada e saída da bomba, quanto ao longo do corpo da mesma.

Deste modo, o estudo foi feito tomando este fator como limitante. Variou-se seu valor de 5 até 10, e os outros parâmetros foram extrapolados na mesma proporção, resultando em seis malhas com razão de aspecto máxima igual a 30 e diferentes número de nós.

A partir disto, foi possível montar uma matriz de refino, que consiste de uma tabela que traz informações como o resultado experimental da vazão em m<sup>3</sup>/dia, o fluido utilizado na simulação, o diferencial de pressão, o número de pontos de cada malha estudada, etc.

Para efeito de melhor visualização, a mesma foi dividida em três partes, uma para cada diferencial de pressão. A parte da matriz de refino correspondente aos dados de entrada do modelo obtida para um diferencial de pressão igual a 0 psi pode ser visualizada na Tabela 3.1.

|                        |                 |                  | Máxima Razão de |
|------------------------|-----------------|------------------|-----------------|
| Rotação                | NPTL/NLZ/NFZPST | Número de Pontos | Aspecto         |
| 300 RPM                | 210/5/95        | 297150           | 30              |
| Diferencial de Pressão | 256/6/119       | 545280           | 30              |
| 0 psi                  | 298/7/143       | 890722           | 30              |
| Fluido de Trabalho     | 340/8/165       | 1340960          | 30              |
| Oleo 42 cP             | 388/9/189       | 1972980          | 30              |
| Valor Experimental     | 430/10/211      | 2713300          | 30              |
| 32.6 m³/dia            | 200/11/101      | 662200           | 70              |

Tabela 3.1. Dados de entrada da Matriz de Refino para 0 psi. Os valores da última linha correspondem aos dados da malha antiga.

O estudo obedeceu ao seguinte procedimento:

1. Fixou-se uma rotação: 300 rpm;

2. Escolheram-se três diferenciais de pressão: 0, 60 e 120 psi, sendo 0 o caso menos crítico, 120 o mais crítico e 60 um caso intermediário;

3. Foram realizadas as simulações de modo a preencher as matrizes de refino com os dados de entrada e de saída correspondentes a cada caso;

4. Estabeleceu-se um refino ótimo para cada situação em que se encontra a BCP.

Para tal será feito o mesmo procedimento realizado no estudo anterior que foi citado na revisão bibliográfica, que consiste em comparar os valores de vazão volumétrica da simulação com os valores obtidos nos trabalhos experimentais de Gamboa *et al.* (2002) e Gamboa *et al.* (2003) para escoamento monofásico, levando em conta diferenciais de pressão, rotação e fluido de trabalho (óleo 42 cP)também utilizados nestes trabalhos.

De modo a facilitar a visualização dos resultados, serão traçados gráficos que representem a evolução dos parâmetros de interesse para o estudo devido à variação do número de nós da malha.

Os gráficos de validação e convergência, que mostram a vazão volumétrica em função do número de nós das malhas, trarão uma linha que representará o valor experimental e uma curva cujos pontos são os valores retornados pelo modelo computacional para cada malha.

Dessa forma, além do valor numérico do erro associado à diferença entre o valor experimental e o computacional, estará disponível um método gráfico para a determinação da malha deverá ser utilizada pelo modelo para cada situação, de modo que o mesmo retorne os valores mais próximos do experimental.

As simulações serão realizadas utilizando o pacote comercial Ansys CFX em associação com subrotinas escritas em linguagem Fortran 90. O tipo de análise é o de regime transiente com tempo total de simulação igual a 1 segundo. O cálculo do passo de tempo é realizado por outra subrotina, chamada TSTEP.

O cálculo é realizado dividindo-se o tempo para uma volta do movimento pelo número de malhas a ser geradas por período de movimento. Para este estudo, se a rotação é de 300 rpm e o número de malhas por período de movimento escolhido foi 420, o passo de tempo calculado e utilizado para as simulações é dado pela Equação 5.

$$t_{step} = \frac{t_{volta}}{N_{MESH}} = \frac{60}{RPM} x \frac{1}{N_{MESH}} = 4,7619E^{-4}s$$
(5)

Inicializou-se o domínio com todas as velocidades iguais a zero. O alvo residual desejado para as variáveis em cada passo de tempo é de  $5E^{-5}$ , com no mínimo 2 e no máximo 20 coefficient

loops. As condições de contorno da entrada, saída, rotor e estator também são calculadas por subrotinas. Elas determinam o movimento da malha e as pressões nas fronteiras de acordo com a rotação selecionada e com o diferencial de pressão ditado entre entrada e saída.

CAPÍTULO 4

# Resultados e Discussões

### **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

O presente capítulo apresenta o procedimento do estudo em torno do refino de malha e a validação e convergência dos valores retornados pelo modelo computacional em relação aos encontrados nos trabalhos experimentais de Gamboa *et al.* (2002) e Gamboa *et al.* (2003).

Após a realização de todas as simulações, foram obtidos os dados necessários para alimentar as matrizes de refino correspondentes aos três diferenciais de pressão. A partir dos dados de saída foi possível estudar a validação e convergência dos resultados e a qualidade das malhas utilizadas. Após um balanço entre essas características, foi possível determinar a melhor malha para cada caso.

#### 4.1. Caso menos crítico

A Matriz de Refino contendo os dados de entrada e de saída para o caso de diferencial de pressão igual a 0 psi pode ser visualizada na Tabela 4.1.

Tabela 4.1. Matriz de Refino para DP = 0 psi. Os valores da última linha correspondem aos valores encontrados com a malha antiga.

| Rotação            | NPTL/NLZ/NFZPST | Número de Pontos | Maximum Aspect Ratio |
|--------------------|-----------------|------------------|----------------------|
| 300 RPM            | 210/5/95        | 297150           | 30                   |
| Valor Experimental | 256/6/119       | 545280           | 30                   |
| 32.6 m³/dia        | 298/7/143       | 890722           | 30                   |
| DP                 | 340/8/165       | 1340960          | 30                   |
| 0 psi              | 388/9/189       | 1972980          | 30                   |
| Fluido de Trabalho | 430/10/211      | 2713300          | 30                   |
| Óleo 42 cP         | 200/11/101      | 662200           | 70                   |

| RMS Courant |               |                                 |        | Erro |
|-------------|---------------|---------------------------------|--------|------|
| Number      | Orthog. Angle | P-Mass Boundary Flow on ENTRADA | m³/dia | (%)  |
| 0,58        | 49,8°         | 0,330862872 kg/s                | 32,93  | 1,01 |
| 0,72        | 49,4°         | 0,331731709 kg/s                | 33,02  | 1,27 |
| 0,85        | 49,1°         | 0,332138382 kg/s                | 33,06  | 1,39 |
| 0,97        | 48,9°         | 0,332356064 kg/s                | 33,08  | 1,46 |
| 1,12        | 48,7°         | 0,332524672 kg/s                | 33,10  | 1,51 |
| 1,24        | 48,6°         | 0,332615210 kg/s                | 33,11  | 1,53 |
| 0,62        | 49,2°         | 0,333113586 kg/s                | 33,16  | 1,68 |

Como se pode observar, a matriz contém diversos itens, compreendendo parâmetros de entrada e dados de saída. Além dos parâmetros de malha previamente explicados (NPTL, NLZ e NFZPST), do número de pontos, da máxima razão de aspecto, do ângulo de ortogonalidade e do número de Courant, tem-se a vazão mássica na entrada da bomba em metros cúbicos por dia e o erro percentual entre o valor retornado pelo modelo computacional e o valor experimental.

A princípio faz-se uma análise dos fatores de controle da qualidade das malhas. As razões de aspecto se tornaram bastante reduzidas em relação à que era utilizada anteriormente (70) e o mínimo ângulo de ortogonalidade das malhas obedece ao que é sugerido (>10°), sendo este ângulo superior (para duas das malhas propostas) ao encontrado na malha anteriormente utilizada.

O número de Courant médio apresentou baixos valores para todas as malhas. Mas como o diferencial de pressão é zero, mesmo a vazão sendo maior devido à ausência do fenômeno do escorregamento, não há picos de vazão no escoamento, que ocorrem quando a bomba de cavidades progressivas expulsa o fluido de seu corpo. Este efeito pode ser visualizado na Figura 4.1.



Figura 4.1. Gráfico do comportamento da vazão mássica ao longo dos 2100 passos de tempo da simulação para DP = 0 psi.

Isto acaba mascarando o efeito da análise do número de Courant, que varia conforme a vazão, o passo de tempo e o espaçamento da malha. Portanto, um estudo mais aprofundado sobre número será feito quando o efeito do diferencial de pressão for significativo.

O número apresentado na matriz é o retirado do último passo de tempo (2100) e é o valor RMS, mas ele também pode ser avaliado em termos de seu valor máximo. Variações deste valor se mostram ao longo da simulação, sendo mais expressivas nos picos de vazão. Para comprovar o que foi dito, foi plotado o gráfico da Figura 4.2, que indica um aumento desse número acompanhando o aumento do tamanho da malha, já que há uma redução do espaçamento da mesma ( $\Delta x$ ).



Figura 4.2. Gráfico que mostra a variação do número de Courant em função do aumento do número de pontos da malha para o caso DP = 0 psi.

Objetivando uma validação dos resultados obtidos, o estudo da convergência dos valores obtidos e determinação da malha que retornou dados mais condizentes com o experimental para esta situação, traça-se o gráfico de convergência da Figura 4.3.



Número de Pontos

Figura 4.3. Validação do modelo computacional e determinação da precisão de cada malha estudada, levando em conta uma rotação de 300 RPM, óleo de 42 cP e diferencial de pressão de 0

psi.

Como se pode observar, o crescimento da malha acarretou em um aumento do erro associado à vazão retornada pelo modelo computacional em relação aos dados experimentais. Observa-se também que os erros em relação ao valor experimental de todas as malhas se mostraram inferiores ao encontrado com a malha anteriormente utilizada pelo modelo.

#### 4.2. Caso mais crítico

Depois de finalizada a primeira seção do estudo, que trata do caso mais favorável (DP = 0 psi), partiu-se para o caso mais crítico, aquele com o maior diferencial de pressão, o que proporciona maiores picos de vazão e, portanto, maiores números de Courant. Isto pode ser visualizado na Figura 4.4



Figura 4.4. Gráfico do comportamento da vazão mássica ao longo dos 2100 passos de tempo da simulação para DP = 120 psi.

Devido a isto, foi realizado um estudo mais apurado do refino de malha em função da variação deste número.

Primeiramente fez-se um estudo de convergência utilizando as mesmas seis malhas propostas inicialmente, modificando no setup do software apenas o diferencial de pressão entre a entrada e a saída de 0 para 120 psi. De modo a fazer uma pré-análise, apenas as três primeiras malhas foram utilizadas, por serem menores e exigirem menos esforço computacional.

A Matriz de Refino prévia contendo os dados de entrada e de saída para o caso de diferencial de pressão igual a 120 psi pode ser visualizada na Tabela 4.2.

| Rotação            | NPTL/NLZ/NFZPST | Número de Pontos | Maximum Aspect Ratio |
|--------------------|-----------------|------------------|----------------------|
| 300 RPM            | 210/5/95        | 297150           | 30                   |
| Valor Experimental | 256/6/119       | 545280           | 30                   |
| 12.7 m³/dia        | 298/7/143       | 890722           | 30                   |
| DP                 |                 |                  |                      |
| 120 psi            |                 |                  |                      |
| Fluido de Trabalho |                 |                  |                      |
| Óleo 42 cP         | 200/11/101      | 662200           | 70                   |

Tabela 4.2. Matriz de Refino prévia para DP = 120 psi. Os valores da última linha correspondem aos valores encontrados com a malha antiga.

| RMS Courant |               |                                 |        |          |
|-------------|---------------|---------------------------------|--------|----------|
| Number      | Orthog. Angle | P-Mass Boundary Flow on ENTRADA | m³/dia | Erro (%) |
| 1,54        | 49,8°         | 0,120609914 kg/s                | 12,01  | 2,45     |
| 1,72        | 49,4°         | 0,145345667 kg/s                | 14,47  | 12,98    |
| 1,92        | 49,1°         | 0,158308447 kg/s                | 15,76  | 21,94    |
|             |               |                                 |        |          |
|             |               |                                 |        |          |
|             |               |                                 |        |          |
| 1,78        | 49,2°         | 0,157626388 kg/s                | 15,69  | 21,61    |

Observando-se os valores retornados pelas três primeiras simulações, observou-se de início que tanto o número de Courant como o erro associado ao valor experimental de vazão aumentaram.

Visando um estudo do efeito do número de Courant nos resultados fornecidos pelo modelo e acreditando que esse número fosse um fator decisivo para a precisão dos dados retornados pelo modelo, decidiu-se proceder de forma a tentar reduzir o número de Courant e o erro.

Como para um maior diferencial de pressão, as vazões são maiores e também os gradientes próximos à parede, a atenção foi voltada novamente para o parâmetro de refino correspondente ao número de linhas em cada face Z.

A forma encontrada de tentar aumentar a fidelidade dos dados em relação ao valor experimental foi aumentar o número de linhas em Z em cada malha e ajustar os outros parâmetros em função dessa alteração. Aumentou-se NLZ<sub>PST</sub> em duas unidades. No entanto, a razão de aspecto máxima foi sacrificada. Seu valor variou de 30 para 45.

Os resultados para as três primeiras malhas são apresentadas numa segunda versão da Matriz de Refino para o caso de 120 psi e pode ser visualizada na Tabela 4.3.

| Rotação            | NPTL/NLZ/NFZPST | Número de Pontos | Maximum Aspect Ratio |
|--------------------|-----------------|------------------|----------------------|
| 300 RPM            | 210/7/95        | 416010           | 45                   |
| Valor Experimental | 256/8/111       | 677888           | 45                   |
| 12.7 m³/dia        | 298/9/127       | 1016478          | 45                   |
| DP                 |                 |                  |                      |
| 120 psi            |                 |                  |                      |
| Fluido de Trabalho |                 |                  |                      |
| Óleo 42 cP         | 200/11/101      | 662200           | 70                   |

Tabela 4.3. Matriz de Refino alternativa para DP = 120 psi. Os valores da última linha correspondem aos valores encontrados com a malha antiga.

| RMS Courant |               |                                 |        |          |
|-------------|---------------|---------------------------------|--------|----------|
| Number      | Orthog. Angle | P-Mass Boundary Flow on ENTRADA | m³/dia | Erro (%) |
| 1,46        | 49,6°         | 0,143868214 kg/s                | 14,32  | 11,48    |
| 1,66        | 49,2°         | 0,156160005 kg/s                | 15,54  | 18,45    |
| 1,87        | 49,0°         | 0,163940109 kg/s                | 16,32  | 22,32    |
|             |               |                                 |        |          |
|             |               |                                 |        |          |
|             |               |                                 |        |          |
| 1,78        | 49,2°         | 0,157626388 kg/s                | 15,69  | 21,61    |

Como se pode ver, um dos objetivos foi cumprido: reduziu-se o número de Courant. Entretanto, o erro dos valores retornados pelo modelo aumentou em relação ao valor experimental.

Como a finalidade do estudo é fazer com que o modelo computacional possa retornar valores capazes de representar os experimentais sem muito esforço computacional, que aumenta conforme a malha de torna mais refinada decidiu-se manter as malhas propostas inicialmente e que foram utilizadas para o estudo da primeira situação. A versão final da Matriz de Refino para a situação de diferencial de pressão igual a 120 psi é mostrada na Tabela 4.4.

| Rotação            | NPTL/NLZ/NFZPST | Número de Pontos | Maximum Aspect Ratio |
|--------------------|-----------------|------------------|----------------------|
| 300 RPM            | 210/5/95        | 297150           | 30                   |
| Valor Experimental | 256/6/119       | 545280           | 30                   |
| 12.7 m³/dia        | 298/7/143       | 890722           | 30                   |
| DP                 | 340/8/165       | 1340960          | 30                   |
| 120 psi            | 388/9/189       | 1972980          | 30                   |
| Fluido de Trabalho | 430/10/211      | 2713300          | 30                   |
| Óleo 42 cP         | 200/11/101      | 662200           | 70                   |

Tabela 4.4.. Matriz de Refino final para DP = 120 psi. Os valores da última linha correspondem aos valores encontrados com a malha antiga.

| RMS Courant |               |                                 |        |          |
|-------------|---------------|---------------------------------|--------|----------|
| Number      | Orthog. Angle | P-Mass Boundary Flow on ENTRADA | m³/dia | Erro (%) |
| 1,54        | 49,8°         | 0,120609914 kg/s                | 12,01  | 2,45     |
| 1,72        | 49,4°         | 0,145345667 kg/s                | 14,47  | 14,98    |
| 1,92        | 49,1°         | 0,158308447 kg/s                | 15,76  | 21,94    |
| 2,14        | 48,9°         | 0,166003117 kg/s                | 16,62  | 26,01    |
| 2,42        | 48,7°         | 0,176327462 kg/s                | 17,55  | 29,12    |
| 2,64        | 48,6°         | 0,182758765 kg/s                | 18,19  | 30,87    |
| 1,78        | 49,2°         | 0,157626388 kg/s                | 15,69  | 21,61    |

O número de Courant médio apresentou valores maiores que os apresentados para a situação mais favorável, mas mesmo assim, os valores retornados pelo modelo computacional são capazes de representar os valores experimentais.

Novamente é plotado o gráfico que mostra a variação do número de Courant em função do número de pontos da malha, encontrado na Figura 4.5. A curva do gráfico tem uma forma similar ao encontrado anteriormente, já que foram utilizadas as mesmas malhas. Entretanto, como se manteve constante o passo de tempo e os picos de vazões são maiores, este número adimensional tende a aumentar conforme se aumenta o tamanho da malha.



Figura 4.5. Gráfico que mostra a variação do número de Courant em função do aumento do número de pontos da malha para o caso DP = 120 psi.

Objetivando uma validação dos resultados obtidos, o estudo da convergência dos valores obtidos e determinação da malha que retornou dados mais condizentes com o experimental para esta situação, o gráfico de convergência da Figura 4.6 é traçado.



Número de Pontos

Figura 4.6. Validação do modelo computacional e determinação da precisão de cada malha obtida, levando em conta uma rotação de 300 RPM, óleo de 42 cP e diferencial de pressão de 120 psi.

Como se pode observar novamente, o crescimento da malha acarretou em um aumento do erro associado à vazão retornada pelo modelo computacional em relação aos dados experimentais.

#### 4.3. Caso intermediário

Depois de finalizada a seção do estudo que trata do caso mais crítico (DP = 120 psi), parte-se para o caso intermediário. A Matriz de Refino contendo os dados de entrada e de saída para o caso de diferencial de pressão igual a 60 psi pode ser visualizada na Tabela 4.5.

| Rotação            | NPTL/NLZ/NFZPST | Número de Pontos | Maximum Aspect Ratio |
|--------------------|-----------------|------------------|----------------------|
| 300 RPM            | 210/5/95        | 297150           | 30                   |
| Valor Experimental | 256/6/119       | 545280           | 30                   |
| 22.5 m³/dia        | 298/7/143       | 890722           | 30                   |
| DP                 | 340/8/165       | 1340960          | 30                   |
| 60 psi             | 388/9/189       | 1972980          | 30                   |
| Fluido de Trabalho | 430/10/211      | 2713300          | 30                   |
| Óleo 42 cP         | 200/11/101      | 662200           | 70                   |

Tabela 4.5. Matriz de Refino para DP = 60 psi. Os valores da última linha correspondem aos valores obtidos com a malha anteriormente utilizada.

| RMS Courant |               |                                 |        |          |
|-------------|---------------|---------------------------------|--------|----------|
| Number      | Orthog. Angle | P-Mass Boundary Flow on ENTRADA | m³/dia | Erro (%) |
| 0,89        | 49,8          | 0,223165557 kg/s                | 22,21  | 1,29     |
| 1,02        | 49,4          | 0,237232977 kg/s                | 23,61  | 4,72     |
| 1,16        | 49,1          | 0,244456479 kg/s                | 24,33  | 7,53     |
| 1,30        | 48,9          | 0,256373754 kg/s                | 25,52  | 11,83    |
| 1,47        | 48,8          | 0,266463623 kg/s                | 26,52  | 15,17    |
| 1,63        | 48,6          | 0,271319649 kg/s                | 27,01  | 16,69    |
| 1,04        | 49,2°         | 0,242919444 kg/s                | 24,18  | 6,95     |

O número de Courant médio apresentou valores maiores que os apresentados para a situação mais favorável e valores menores que os apresentados para a situação mais crítica, como esperado. Isto ocorre porque o fenômeno do escorregamento não é tão expressivo como o encontrado em diferenciais de pressão maiores. Pode-se observar o comportamento da vazão da BCP para a situação de 60 psi na Figura 4.7.



Figura 4.7. Gráfico do comportamento da vazão mássica ao longo dos 2100 passos de tempo da simulação para DP = 60 psi.

Os erros associados aos valores retornados pelo modelo computacional em relação ao valor experimental também se mostraram em uma posição intermediária entre as duas situações limite.

O gráfico do número de pontos x número de Courant novamente é plotado na Figura 4.8 e sua curva tem formato já conhecido, mostrando mais uma vez sua relação com o espaçamento da malha.



#### Número de Pontos

Figura 4.8. Gráfico que mostra a variação do número de Courant em função do aumento do número de pontos da malha para o caso DP = 60 psi.

Como se procedeu antes, para a validação dos resultados obtidos e a possibilidade de determinar a malha que retornou os dados mais condizentes com o experimental para esta situação, traça-se o gráfico de convergência da Figura 4.9 correspondente a essa seção do estudo.



Figura 4.9. Validação do modelo computacional e determinação da precisão de cada malha obtida, levando em conta uma rotação de 300 RPM, óleo de 42 cP e diferencial de pressão de 60 psi.

CAPÍTULO 5

# Conclusões e Sugestões

## **CONCLUSÕES E SUGESTÕES**

#### 5.1. Conclusões

Após analisar os resultados das três matrizes de refino obtidas e em consonância com os objetivos definidos para este trabalho, são apresentadas as seguintes conclusões e sugestões.

1. As malhas propostas apresentam boa qualidade geométrica, preenchendo todos os requisitos necessários para a utilização das mesmas para o estudo proposto;

 A diminuição do ângulo de ortogonalidade conforme as malhas se tornavam mais refinadas foi pouco expressiva, sendo de no máximo 1,2°, não representando uma necessidade para um controle desse fator;

3. A razão de aspecto exerce uma influência mais expressiva sobre os resultados do que o número de Courant, uma vez que uma variação considerável da mesma não provocou uma redução significativa deste número e aumentou o erro associado entre o valor experimental e os retornados pelo modelo computacional;

4. Para o três casos estudados, a primeira malha sugerida se mostrou mais eficiente do que as outras propostas e do que a anteriormente utilizada no que diz respeito aos dados retornados pelo modelo. A menor razão de aspecto e maior ângulo de ortogonalidade levaram a um menor erro e o tamanho da malha (297150 pontos) levou a um menor esforço computacional, fator também desejável, principalmente em termos de custo de tempo e dinheiro. Além disso, o maior espaçamento dessa malha proporcionou um menor número de Courant;

5. Comprovou-se que o número de Courant, para um passo de tempo constante, aumenta com a diminuição do passo espacial (malhas mais refinadas) e com o aumento dos picos de vazão;

#### 5.2. Sugestões

1. Sugere-se fazer um estudo de refino espacial associado ao refino de passo temporal, de modo tentar a controlar melhor o número de Courant quando o mesmo variar devido ao refino espacial e/ou a um incremento de vazão. Isto pode ser conseguindo utilizando uma feature do CFX que consiste num passo de tempo adaptável, que pode ser governado por critérios como número de Courant máximo ou RMS máximo;

2. Sugere-se realizar estudos de convergência e refino de malha para as outras condições de rotação e outros fluidos de trabalho também utilizados nos trabalhos experimentais de Gamboa *et al.* (2002) e Gamboa *et al.* (2003).

3. Sugere-se realizar estudos de convergência e refino de malha para malha de BCP em condição de interferência, desenvolvida por Assmann (2011).

# CAPÍTULO 6

# Referências Bibliográficas

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ALMEIDA, R. F. C., 2010, "Simulação Computacional da Interação Fluido-Estrutura em Bombas de Cavidades Progressivas", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal/RN.
- 2) ASSMANN, B. W., 2008, "Simulação, Controle Inteligente e Sistemas Especialista de Dimensionamento de Poços de Petróleo com Elevação por Bombeio de Cavidades Progressivas", Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal/RN.
- CARVALHO, P., 1999, "Gerenciamento do Bombeio de Cavidades Progressivas", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP.
- DUNN, L., MATTHEWS, C. e ZAHACY, T., 1994, "Progressing Cavity Pumping Systems: Design, Operation and Performance Optimization", Course Notes, C-FER, Edmonton, Alberta, Canada.
- FERZIGER, J. H. e PERIC, M., 2001, "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer-Verlag, 3rd Edition.
- GAMBOA, J.; OLIVET, J. e ESPIN, S., 2003,"New Approach for Modelling Progressive Cavity Pumps Performance", Proceedings of SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Denver, Colorado, USA.
- 7) GAMBOA, J.; OLIVET, J.; IGLESIAS, J. e GONZALEZ, P., 2002, "Understanding the Performance of a Progressive Cavity Pump with a Metallic Stator", Proceedings of 20<sup>th</sup> International Pump Users Symposium.
- MALISKA, C. R., 2004, "Transferência De Calor e Mecânica Dos Fluidos Computacional", LTC Editora, 2ª Edition.
- PESSOA, P. A. S., 2009, "Simulação Computacional do Escoamento em Bombas de Cavidades Progressivas", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal/RN.
- 10) ROBELLO, S. G. e SAVETH, K., 1998, "Progressing Cavity Pump (PCP): New Performance Equations for Optimal Design", Proceedings of SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference, Midland, Texas, US, SPE 39786.